الصفحة
1 / 4

الامتحان التجريبي الرابع لنيل شهادة البكالوريا مدينة زايو 2017

المادة	الرياضيات	المعامل	9
الشعبة	شعبة العلوم الرياضيات (أ) و(ب)	مدة الإنجاز	4

بسم الله الرحمن الرحيم

- مدة إنجاز الموضوع هي أربع (4) ساعات.
- يتكون الموضوع من خمسة تمارين مستقلة فيما بينها.
- يمكن إنجاز التمارين حسب الترتيب الذي يرغب فيه المترشح.

- التمرين الأول يتعلق بالحسابيات .....(3.00 ن)
- التمرين الثاني يتعلق بالأعداد العقدية .....(3.00 ن)
- التمرين الثالث يتعلق بالبنيات الجبرية .....(4.00 ن)
- التمرين الرابع يتعلق بالتحليل .....(5.50 ن)
- التمرين الخامس يتعلق بالتحليل .....(4.50 ن)

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة

لا يسمح باستعمال اللون الأحمر بورقة التحرير

N.B: toute réponse non justifiée ou non détaillée sera considérée comme fausse

إعداد الأستاذ : سفيان طجيو

Scanné avec CamScanner

الامتحان التجريبي للبكالوريا –2017– الموضوع – مادة: الرياضيات –
شعبة العلوم الرياضيات (أ) و (ب)

التمرين الأول: "3 points"

نعتبر في $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ المعادلة التالية : $(E) : 47x + 53y = 1$.

0.75 ن 1) a- تحقق أن $(-9,8)$ حل خاص للمعادلة (E)، ثم حل في $\mathbb{Z} \times \mathbb{Z}$ المعادلة (E).

0.25 ن b- حل في $\mathbb{Z}/53\mathbb{Z}$ المعادلة التالية : $(F) : \overline{47}x = \overline{1}$.

0.25 ن c- إستنتج أن 44 هو أصغر حل موجب للمعادلة (F).

0.75 ن 2) بين أن : $45^{52} \equiv 1[53]$، ثم حدد باقي القسمة الأقليدية للعدد 45^{106} على 53.

3) نضع : $N = 1 + 45 + 45^2 + \cdots + 45^{105}$.

0.50 ن a- بين أن : $44N \equiv 10[53]$.

0.50 ن b- إستنتج باقي القسمة الأقليدية للعدد N على 53.

التمرين الثاني : "3 points"

I ـ نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية :

$(E) : z^2 - (m + \overline{m})z + m\overline{m} + i(m - \overline{m}) + 1 = 0$ حيث : $m \in \mathbb{C}^*$.

0.50 ن a- بين أن مميز المعادلة (E) هو : $\Delta = (m - \overline{m} - 2i)^2$.

0.50 ن b- إستنتج مجموعة حلول المعادلة (E).

II ـ في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مبا شر $(O, \vec{u}, \vec{v})$، نعتبر النقط A و B و C و D التي ألحاقها على التوالي : m و $\overline{m}$ و $m - i$ و $\overline{m} + i$.

0.50 ن 1) بين أن النقط A و B و C و D مستقيمية.

2) نعتبر الدوران R_1 الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{4}$ و نعتبر الدوران R_2 الذي مركزه B وزاويته $-\frac{3\pi}{4}$ ولتكن النقط M و M' و M'' التي ألحاقها على التوالي : z و z' و z'' بحيث : $R_1(M) = M'$ و $R_2(M) = M''$.

0.50 ن a ـ بين أن : $z' - z = (z - m)\left(e^{i\frac{\pi}{4}} - 1\right)$ و $z'' - z = -(z - \overline{m})\left(1 - e^{-i\frac{3\pi}{4}}\right)$

0.25 ن b ـ بين أن : $\frac{z' - z}{z'' - z} = -i\frac{z - m}{z - \overline{m}} tan\left(\frac{\pi}{8}\right)$.

0.50 ن c- نضع : $z = x + iy$. بين أن :

$$x^2 + y^2 - 2x\,Re(m) + \left(Re(m)\right)^2 - \left(Im(m)\right)^2 = 0 \Leftrightarrow \frac{z - m}{z - \overline{m}} \in i\mathbb{R}$$

0.25 ن d- إستنتج مجموعة النقط $M(z)$ بحيث تكون النقط M و M' و M'' مستقيمية.

Scanné avec CamScanner

الامتحان التجريبي للبكالوريا –2017– الموضوع – مادة: الرياضيات –
شعبة العلوم الرياضيات (أ) و (ب)

التمرين الثالث: "4 points"

الجزء الأول: نزود $G = \mathbb{R}_+^* \times \mathbb{R}$ بقانون التركيب الداخلي $\star$ المعرف بما يلي :

$$\forall (x,y) \in G, \forall (x',y') \in G : (x,y) \star (x',y') = \left(xx', \sqrt[n]{x}\, y' + x'y\right)$$

حيث : $n \in \mathbb{N}^*$.

1) بين أن $(G,\star)$ زمرة غير تبادلية. 1.00 ن

2) نعتبر المجموعة F المعرفة بما يلي : $F = \{(1;y) / y \in \mathbb{Z}\}$. 0.50 ن

✓ بين أن $(F,\star)$ زمرة جزئية لزمرة $(G,\star)$. هل هي تبادلية ؟ علل جوابك.

الجزء الثاني : لتكن : $D = \left\{M(x,y) = \begin{pmatrix} \sqrt[n]{x} & y \\ 0 & x \end{pmatrix} / (x,y) \in G\right\}$.

1) بين أن D جزء مستقر من $(M_2(\mathbb{R});\times)$. 0.25 ن

2) نعتبر التطبيق ψ المعرفة بما يلي : $\begin{array}{rcl} \psi : G & \to & D \\ (x,y) & \to & M(x,y) \end{array}$

a- بين أن ψ تشاكل تقابلي من $(G,\star)$ نحو $(D,\times)$. 0.50 ن

b- إستنتج بنية $(D,\times)$، ثم حدد مقلوب $M(x;y)$. 0.50 ن

3) نضع : $A = M(1;1)$ و $I = M(1;0)$.

ونعتبر المجموعة E المعرفة بما يلي : $E = \{aI + bA / (a;b) \in \mathbb{Z}^2\}$.

a- تحقق من أن : $A^2 = -I + 2A$. 0.25 ن

b- بين أن $(E,+,\times)$ حلقة تبادلية و واحدية. 0.50 ن

c- هل $(E,+,\times)$ جسم و هل حلقة كاملة ؟ علل جوابك. 0.50 ن

التمرين الرابع: "5,5 points"

ليكن n من $\mathbb{N}^*$. نعتبر الدالة العددية f_n المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$\begin{cases} f_n(x) = 1 + x - n\, x \ln|x| \; ; x \neq 0 \\ f_n(0) = 1 \end{cases}$$

و ليكن $(\mathcal{C}_n)$ منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) بين أن النقطة $A(0,1)$ مركز تماثل للمنحنى $(\mathcal{C}_n)$. 0.25 ن

2) أدرس إتصال وقابلية إشتقاق f_n على اليمين في الصفر. 0.50 ن

3) بين أن جميع المنحنيات $(\mathcal{C}_n)$ تمر من ثلاث نقط ثابتة ينبغي تحديدها. 0.50 ن

4) أدرس الفرع اللانهائي للمنحنى $(\mathcal{C}_n)$ بجوار $+\infty$. 0.50 ن

Scanné avec CamScanner

0.50 ن 5) أدرس تغيرات الدالة f_n على المجال $]0,+\infty[$.

0.50 ن 6) a- بين أن المعادلة $f_n(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α_n في المجال $]1,+\infty[$.

0.25 ن b- بين أن : $(\forall x \geq 1)\ ; f_{n-1}(x) \geq f_n(x)$.

0.50 ن c- إستنتج أن المتتالية $(\alpha_n)_{n\geq 1}$ تناقصية، ثم أنها متقاربة.

0.50 ن 7) a ـ بين أن : $ln(\alpha_n)=\dfrac{1+\alpha_n}{n\alpha_n}$ ، ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}\alpha_n$.

0.50 ن b ـ بين أن : $(\exists c\in\,]1,\alpha_n[);\ ln(\alpha_n)=\dfrac{\alpha_n-1}{c}$.

0.50 ن c ـ استنتج أن : $(\forall n\geq 2)\ ;\ \alpha_n\leq\dfrac{n+1}{n-1}$.

0.50 ن 8) أرسم المنحنى (C_1).

التمرين الخامس: "4,5 points"

لكل $n\in\mathbb{N}$، نعتبر الدالة العددية F_n المعرفة على $]n,+\infty[$ بما يلي :

$$F_n(x)=\int_n^x e^{t^2}\,dt$$

0.75 ن 1) a- بين أن F_n قابلة للإشتقاق على $]n,+\infty[$، ثم أدرس رتابة الدالة F_n.

0.50 ن b ـ أحسب النهاية التالية : $\lim\limits_{x\to+\infty}F_n(x)$.

0.50 ن c- بين أن لكل عدد صحيح طبيعي n، المعادلة $F_n(x)=1$ تقبل حلا وحيدا x_n في المجال $]n,+\infty[$.

0.50 ن d- أدرس رتابة المتتالية x_n.

0.25 ن 2) a ـ أحسب النهاية التالية : $\lim\limits_{n\to+\infty}x_n$.

0.75 ن b ـ بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N});\ e^{-x_n{}^2}\leq x_n-n\leq e^{-n^2}$.

3) نفترض أن : $u_n=x_n-n$.

0.25 ن a ـ بين أن : $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=0$.

0.50 ن b ـ أحسب النهاية التالية : $\lim\limits_{n\to+\infty}n\,u_n$.

0.50 ن c ـ بين أن : $\lim\limits_{n\to+\infty}(x_n-n)\,e^{n^2}=1$.

إنتهى الموضوع

bon courage et bonne chance

Scanné avec CamScanner